Kapitel 3

Aussagenlogische Repräsentierung

Im letzten Kapitel haben wir damit begonnen, Aussagesätze unter logischen Gesichtspunkten zu klassifizieren. Insbesondere haben wir die fünf wichtigsten aussagenlogischen Junktoren kennengelernt – Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation und Äquivalenz – und, darauf basierend, aussagenlogisch zerlegbare und aussagenlogisch unzerlegbare Aussagesätze unterschieden.

In diesem Kapitel werden wir die (aussagen-)logische Form von Aussagesätzen bestimmen und durch logische Formeln transparent machen. Diesen Vorgang werden wir als 'logische Repräsentierung von Aussagesätzen durch Formeln' bezeichnen. Ähnlich werden wir auch die logischen Formen von Argumenten angeben können. Dies alles wird auf aussagenlogischem Niveau vonstatten gehen: Aussagenlogisch unzerlegbare Aussagesätze werden wiederum durch unzerlegbare Formeln, sogenannte Aussagenvariablen, repräsentiert werden. Aussagenlogisch zerlegbare Aussagesätze werden durch zerlegbare Formeln – Negationsformeln, Konjunktionsformeln, Disjunktionsformeln, Implikationsformeln oder Äquivalenzformeln – wiedergegeben werden.

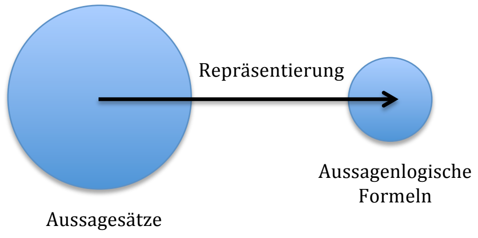

Abbildung 3.1: Aussagenlogische Repräsentierung

3.1 Repräsentierung von Aussagesätzen

3.1.1 Ein "Rezept" zur Repräsentierung

Die aussagenlogische Repräsentierung von Aussagesätzen ist eine Prozedur, die natursprachliche Aussagesätze in aussagenlogische *Formeln* übersetzt, welche wir als die aussagenlogischen Formen der Aussagesätze betrachten. In diesen Formeln kommen neben den bereits bekannten logischen Symbolen $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$, $\leftrightarrow$ sowie Klammern auch sogenannte *Aussagenvariablen* $p, q, r, s, t, \ldots$ vor, welche wir zur Repräsentierung aussagenlogisch unzerlegbarer Aussagesätze verwenden. (Man sollte sich nicht an der traditionellen Bezeichnung 'Aussagen*variablen*' stören: Aussagenvariablen werden nichtsdestotrotz dazu verwendet, bestimmte Aussage*sätze* der natürlichen Sprache formal wiederzugeben.)

Demgemäß werden wir den einfachen und daher aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesatz aus dem vorigen Kapitel

- Johannes ist Vorarlberger.

bzw. in Logiker-Deutsch,

- Vorarlberger(Johannes)

wie folgt repräsentieren:

- p

Die logische Form der Negation des vorigen Satzes, also

- Johannes ist kein Vorarlberger.

den wir ins Logiker-Deutsch als

- $\neg$Vorarlberger(Johannes)

übertragen haben, ist somit

- $\neg p$

Die folgenden Beispielsätze aus dem vorigen Kapitel

- Herbert und Hans sind Oberösterreicher.
- Der Papst kommt nächsten Sommer nach Wien oder nach Salzburg.
- Wenn Mozart Salzburger ist, dann ist er Österreicher.
- Herbert küsst Heidi genau dann, wenn Heidi Herbert küsst.

die im Logiker-Deutsch wie folgt lauten

- (Oberösterreicher(Herbert) $\wedge$ Oberösterreicher(Hans))
- Kommt-nach-im(der Papst, Wien, nächster Sommer) $\vee$ Kommt-nach-im(der Papst, Salzburg, nächster Sommer)
- Salzburger(Mozart) $\rightarrow$ Österreicher(Mozart)
- Küsst(Herbert, Heidi) $\leftrightarrow$ Küsst(Heidi, Herbert)

werden entsprechend durch Formeln so repräsentiert:

- $(p \wedge q)$
- $(p \vee q)$
- $(p \rightarrow q)$
- $(p \leftrightarrow q)$

Wir haben bei dieser Repräsentierung die aussagenlogisch unzerlegbaren Bestandteile – in diesen Fällen lauter einfache Sätze – mit Aussagenvariablen übersetzt. Wie wir sehen, steht im *Kontext* des ersten Aussagesatzes die Aussagenvariable p für 'Oberösterreicher(Herbert)' bzw. für 'Herbert ist Oberösterreicher'. Im Kontext des zweiten Aussagesatzes steht sie jedoch für 'Kommt-nach-im(der Papst, Wien, nächster Sommer)' bzw. 'Der Papst kommt nächsten Sommer nach Wien'. Da wir diese beiden Kontexte strikt getrennt haben, konnten wir es uns erlauben, dieselbe Aussagenvariable für verschiedene Aussagesätze zu verwenden. Gleiches gilt für die Aussagenvariable q. *Innerhalb* eines Kontextes gelten jedoch uneingeschränkt die folgenden *Regeln zur Ersetzung aussagenlogisch unzerlegbarer Aussagesätze durch Aussagenvariablen*:

(AV1) Zwei Vorkommnisse desselben aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesatzes müssen durch dieselbe Aussagenvariable repräsentiert werden.

(AV2) Vorkommnisse von verschiedenen aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesätzen müssen durch verschiedene Aussagenvariablen repräsentiert werden.

Zum Beispiel muß der Aussagesatz

- Wenn der Papst Deutscher und Katholik ist, dann ist der Papst Katholik.

bzw.

- ((Deutscher(der Papst) $\wedge$ Katholik(der Papst)) $\rightarrow$ Katholik(der Papst))

durch

- $((p \wedge q) \rightarrow q)$

repräsentiert werden, und nicht etwa durch

- $((p \wedge q) \rightarrow r)$

oder gar durch

- $((p \wedge p) \rightarrow p)$

Würden die ersten zwei Sätze unserer Liste auf S.72 in ein und demselben Kontext vorkommen, etwa dadurch, dass wir sie mittels Konjunktion verknüpften, so müsste diese Konjunktion wie folgt repräsentiert werden:

- $((p \wedge q) \wedge (r \vee s))$

Auch die komplexen aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesätze aus Abschnitt 2.3 würden – für sich genommen – durch p repräsentiert werden. Ebenso ist die logische Form des Aussagesatzes

- Es ist möglich, dass der Papst nach Salzburg kommt und der Erzbischof gerade in Rom ist.

einfach

- p

obwohl dieser Satz einen Konjunktionssatz enthält, allerdings nur *innerhalb* des aussagenlogisch unzerlegbaren ‘es ist möglich’-Kontextes.

Andere werden vielleicht die Wahrheit dieses letzten Satzes in Zweifel ziehen, also vielmehr seine Negation

- Es ist nicht möglich, dass der Papst nach Salzburg kommt und der Erzbischof gerade in Rom ist.

für wahr halten, welche sehr wohl aussagenlogisch zerlegbar ist und durch

- $\neg p$

repräsentiert wird.

Wir dürfen die Repräsentierung von Aussagesätzen aber keinesfalls als ein echtes Verfahren oder einen genau spezifizierten Algorithmus betrachten, sondern vielmehr als eine Art von Kunstfertigkeit, für die nur eine grobe und vage Heuristik existiert, welche uns als Leitfaden beim Repräsentieren dienen kann. Die Angabe eines Algorithmus (den etwa auch ein Computer verstehen könnte) ist deshalb so schwierig, wenn nicht gar unmöglich, weil die Vielfalt und die daraus resultierenden Mehrdeutigkeiten und Vagheiten der natürlichen Sprache es uns nicht erlauben, ein Verfahren anzugeben, das immer *genau eine richtige logische Form* erzeugt. Das tut der Sinnhaftigkeit der Repräsentierung aber keinen Abbruch, da es ja gerade die Aufgabe der Repräsentierung ist, eine eindeutige logische Form für Aussagesätze festzulegen, um Mehrdeutigkeiten und Vagheiten zu vermeiden. Betrachten wir dazu das folgende Beispiel:

- Herbert und Heidi sind verheiratet.

Dieser Satz ist insofern mehrdeutig als wir ihn einerseits so verstehen können, dass Herbert mit jemandem (nicht weiter spezifizierten) verheiratet ist *und* Heidi mit jemandem (ebenfalls nicht weiter spezifizierten) verheiratet ist, wir ihn andererseits aber auch so verstehen können, dass Herbert *mit* Heidi verheiratet ist. Entsprechend hat dieser Satz zwei Versionen in Logiker-Deutsch, nämlich:

- (Verheiratet(Herbert) $\wedge$ Verheiratet(Heidi))
- Verheiratet-mit(Herbert, Heidi)

und auch zwei logische Formen

- $(p \wedge q)$
- p

Wird der Satz also als Konjunktionssatz verstanden, so muß der generelle Term ‘verheiratet’ als einstellig betrachtet werden, wird er jedoch als einfacher Satz betrachtet, so muß dieser Term als zweistellig betrachtet werden.

Während im vorangegangenen Beispiel mehrere Repräsentierungen *aufgrund der Mehrdeutigkeit* des natursprachlichen Satzes möglich waren, gibt es auch Fälle, in denen zwar die Bedeutung des zu repräsentierenden Satzes eindeutig ist, aber *trotzdem* mehrere Repräsentierungen möglich sind, wie etwa im folgenden Beispiel:

- Fips ist eine graue Maus.

Dabei nehmen wir an, dass es vom Kontext und von der Namensgebung ‘Fips’ her klar ist, dass wirklich über ein bestimmtest Tier gesprochen werden soll und nicht etwa im übertragenen Sinne von einem Menschen ausgesagt werden soll, er sei eine “graue Maus” (also unscheinbar).

Wenn wir diesen Satz nun so analysieren, dass auf den singulären Term 'Fips' der einstellige generelle Term 'graue Maus' angewandt wird, also der Satz im Logiker-Deutsch so aussieht:

- Graue_Maus(Fips)

dann wird er als einfacher Aussagesatz wie folgt repräsentiert:

- p

Wir können aber den Satz auch so deuten, dass er uns *zwei* Informationen übermittelt, nämlich dass Fips grau und darüber hinaus eine Maus ist. Dann haben wir zwei generelle Terme vorliegen, die beide auf den singulären Term 'Fips' angewandt werden, und demgemäß haben wir im Logiker-Deutsch einen Konjunktionssatz mit zwei Vorkommnissen von 'Fips' vorliegen:

- (Grau(Fips) $\wedge$ Maus(Fips))

Die logische Form des Satzes ist dann also:

- $(p \wedge q)$

Hier ergeben sich somit zunächst einmal zwei Repräsentierungsmöglichkeiten, welche in diesem Fall aber nicht daher rühren, dass die natürliche Sprache gewisse "Defekte" aufweist, sondern vielmehr daher, dass man in der gewünschten "Übersetzung" von der deutschen Sprache in unserer künstliche aussagenlogische Formelsprache unterschiedlich nahe am Ausgangstext bleiben kann: Die zwei Informationen 'grau' und 'Maus', die von dem Ausgangssatz transportiert werden, können in der logischen Form des Satzes explizit aufscheinen – in der zweiten Variante – oder eben nicht – in der ersten Variante. (Ganz ähnliche Fragen stellen sich übrigens auch bei Übersetzungen von einer natürlichen Sprache in eine andere, etwas vom Lateinischen ins Deutsche.)

Sollten wir eine der beiden Repräsentierungsmöglichkeiten vorziehen? Ja, denn wir sollten die folgende Repräsentierungsregel berücksichtigen:

(K) Wenn die Wahl zwischen zwei möglichen Repräsentierungen R1 und R2 eines Aussagesatzes A besteht, so dass das Ergebnis von R1 "komplexer" ("feingliedriger") ist als das Ergebnis von R2, dann wähle R1 als Repräsentierung von A.

So ist etwa in unserem Beispiel $(p \wedge q)$ komplexer als p, weil erstere Formel aus zwei durch $\wedge$ verknüpften Teilsätzen besteht. Der Grund dafür, dass wir diese Regel befolgen sollten, ist, dass es uns komplexere Repräsentierungen ermöglichen werden, mehr über die logischen Folgerungsbeziehungen zu sagen. Wie wir später sehen werden, impliziert ein Konjunktionssatz jedes seiner Konjunkte; also folgt aus der Aussage, dass Fips eine graue Maus ist, dass er auch grau ist (und eine Maus ist). Es wird sich aber herausstellen, dass gemäß der Definition des Begriffs der logischen Implikation – welche wir später genau kennen lernen werden – der einfache Satz 'Graue_Maus(Fips)' weder den einfachen Satz 'Grau(Fips)' noch den einfachen Satz 'Maus(Fips)' logisch impliziert, ganz im Gegensatz zum Konjunktionssatz '(Grau(Fips) $\wedge$ Maus(Fips))'. Anders ausgedrückt: In dem einfachen Satz 'Graue_Maus(Fips)' gehen die Bestandteile 'grau' und 'Maus' logisch gesehen verloren, was bei dem Konjunktionssatz '(Grau(Fips) $\wedge$ Maus(Fips))' nicht der Fall ist.

Wir müssen jedoch aufpassen, denn wir dürfen natursprachlichen Sätze, in denen ein Eigenschaftswort auf ein Hauptwort angewandt wird (wie 'grau' auf 'Maus') nicht immer als Konjunktionssätze betrachten, wie etwa bei folgendem Beispiel:

- Aristoteles ist ein großer Philosoph.

Dieser Satz sagt nicht aus, dass Aristoteles groß ist (in welchem Sinne auch immer) und dass Aristoteles ein Philosoph ist, sondern dass Aristoteles *als Philosoph* groß ist. Die einzig richtige Repräsentierung ist also in diesem Fall

- p

Wir können nun ein allgemeines "Rezept" zur Repräsentierung von Aussagesätzen in der aussagenlogischen Sprache angeben.

Gegeben sei ein Aussagesatz A:

1. Suche *typische Phrasen*, die *komplexe aussagenlogisch unzerlegbare Aussagesätze* kennzeichnen, und bestimme die dazugehörigen Vorkommnisse aussagenlogisch unzerlegbarer Teilsätze von A.

2. *Ersetze* die Vorkommnisse dieser komplexen aussagenlogisch unzerlegbarer Teilsätze von A durch Vorkommnisse von Aussagenvariablen $p, q, r, s, t, \ldots$ (gemäß den Regeln (AV1) und (AV2) auf Seite 73 zur Ersetzung aussagenlogisch unzerlegbarer Aussagesätze durch Aussagenvariablen). Wenn ein komplexer aussagenlogisch unzerlegbarer Satz als Teil eines größeren komplexen aussagenlogisch unzerlegbaren Satzes auftritt, dann führe die Ersetzung nur für Letzteren durch.

   Sei A' das Resultat dieser Ersetzung.

3. Suche sämtliche *Vorkommnisse singulärer Terme* in A'.

4. Suche sämtliche *Vorkommnisse genereller Terme* in A'.

5. Bestimme, welche Vorkommnisse der generellen Terme in A' sich auf welche Vorkommnisse der singulären Terme in A' *beziehen*. (Dabei wird auch die *Stellenanzahl* der generellen Terme bestimmt.)

   Durch die Schritte 3–5 wird festgehalten, welche in A vorkommenden Teilsätze, die nicht Teile von komplexen aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesätzen sind, einfach sind.

6. Suche *typische Phrasen* in A', die *komplexe aussagenlogisch zerlegbare Aussagesätze* kennzeichnen. (Dabei werden auch die Vorkommnisse von Ausdrücken von A', die durch diese Phrasen verknüpft werden, bestimmt.)

   Man beachte, dass die Punkte 3–6 oft nicht unabhängig voneinander und gegebenenfalls mehrfach durchlaufen werden müssen.

7. *Ersetze* die Vorkommnisse einfacher Teilsätze von A' durch Vorkommnisse von Aussagenvariablen $p, q, r, s, t, \ldots$ (gemäß der Regeln (AV1) und (AV2) auf Seite 73 zur Ersetzung aussagenlogisch unzerlegbarer Aussagesätze durch Aussagenvariablen, wobei berücksichtigt werden muß, dass die bereits in 2 eingeführten Aussagenvariablen gemäß (AV2) nicht mehr verwendet werden dürfen).

   Sei A'' das Resultat dieser Ersetzung.

8. *Ersetze* die Phrasen in A'', die in 6 gefunden wurden, durch die entsprechenden *Junktoren*, und *setze Klammern* um die durch $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ verbundenen Zeichenfolgen.

   Das Ergebnis der Schritte 1–8 ist die logische Form von A.

Manchmal ist es etwas schwierig, die "typischen Phrasen", auf die wir uns in den Punkten 7 und 8 bezogen haben, mit den aussagenlogischen Junktoren in Verbindung zu setzen, da die natürliche Sprache eine Vielfalt an Ausdrücken bereitstellt, die zwar unterschiedliche Konnotation haben mögen, aber dennoch dieselbe "logische Bedeutung" aufweisen.

Wir können uns dies am Beispiel eines Konjunktionssatzes verdeutlichen.

Der Satz

- Herbert und Hans sind Oberösterreicher.

ist zum Beispiel aussagenlogisch ununterscheidbar von den Sätzen:

- Herbert ist Oberösterreicher, und Hans ist Oberösterreicher.
- Sowohl Herbert als auch Hans ist Oberösterreicher.
- Herbert ist Oberösterreicher, Hans ist Oberösterreicher.
- Herbert ist Oberösterreicher, aber auch Hans ist Oberösterreicher.
- Nicht nur Herbert, sondern auch Hans ist Oberösterreicher.

Um das Repräsentieren aller komplexen aussagenlogisch zerlegbaren Aussagesätze etwas zu erleichtern, geben wir im folgenden eine Übersicht einiger Aussagesätze mit typischen natursprachlicher Phrasen für Junktoren, wobei wir keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit erheben:

Negation:
Heidi ist **nicht** müde.
Herbert ist **kein** Tiroler.
Hans ist **keineswegs** verärgert.
Es ist nicht der Fall, dass Philosophen weise sind.
Es ist nicht so, dass alle Weisen Philosophen sind.
Es stimmt nicht, dass Logik langweilig ist.
Auf keinen Fall darf Logik aus dem Lehrplan gestrichen werden.
Es ist **un**möglich, Philosophie ohne Logik zu betreiben.
Konjunktion:
Herbert **und** Heidi studieren Philosophie.
Herbert liebt die Metaphysik, **aber** nicht die Ethik.
Heidi mag die Ethik, **jedoch** die Wissenschaftstheorie liegt ihr nicht.
Herbert ist Empirist, **aber** Heidi **auch**.
Heidi bevorzugt die *klassische* Aussagenlogik, Herbert **auch**.
Während Heidi Quine als den bedeutendsten Philosophen des 20. Jahrhunderts betrachtet, bewundert Herbert die Philosophie Carnaps.
Obwohl Quine Carnap sehr schätzte, waren sie oftmals unterschiedlicher Meinung.
Nicht nur Herbert und Heidi sind Empiristen, **sondern auch** Quine und Carnap.
Quine lehnte zwar die Existenz intensionaler Entitäten ab, **doch immerhin** akzeptierte er die Existenz von Mengen.
Quine glaubte nicht an mögliche Welten, **doch** Carnap **schon**.
Sowohl Philosophen **als auch** Mathematiker betreiben Logik, **ja sogar** Computerwissenschafter betrachten sie als eine grundlegende Disziplin.
Disjunktion:
Herbert holt den ersten Band der *Principia Mathematica* aus der Universitätsbibliothek ab, **oder** Heidi holt dieses Buch ab.
Die Universitätsbibliothek hat im Juli **oder** August geschlossen, **oder aber** in **beiden** Monaten
Implikation:
Wenn Heidi die Metaphysikprüfung schafft, **dann** lädt Herbert sie zum Essen ein.
Herbert schließt den ersten Studienabschnitt mit diesem Semester ab, **sofern** er die Ethikprüfung positiv absolviert.
Falls Herbert die Ethikprüfung besteht, **dann** hat Heidi mit ihm gelernt.
Nur wenn Heidi mit Herbert gelernt hat, besteht er die Ethikprüfung.
Herbert besteht die Ethikprüfung **nur dann**, **wenn** Heidi mit ihm gelernt hat.
Aus der Tatsache, dass Herbert die Ethikprüfung bestanden hat, **folgt**, **dass** Heidi mit ihm gelernt hat.
Dass Herbert die Ethikprüfung bestanden hat, **impliziert**, **dass** Heidi mit ihm gelernt hat.
Heidi besteht die Logikprüfung, **vorausgesetzt**, **dass** sie das Buch *Logik für Philosophen* gut studiert hat.
Wenn Herbert ein Philosophiestudent ist, **so** ist er ein vernunftbegabtes Lebewesen.
Dass Herbert ein Philosophiestudent ist, **ist eine hinreichende Bedingung dafür**, **dass** er ein vernunftbegabtes Lebewesen ist.
Dass Herbert ein vernunftbegabtes Lebewesen ist, **ist eine notwendige Bedingung dafür**, **dass** er ein Philosophiestudent ist.
Äquivalenz:
Herbert besucht den Vortrag von Prof. Hintikka **genau dann**, **wenn** Heidi den Vortrag besucht.
Herbert besucht den Vortrag von Prof. Hintikka **dann und nur dann**, **wenn** Heidi den Vortrag besucht.
Dass Herbert den Vortrag von Prof. Hintikka besucht, **ist eine hinreichende und notwendige Bedingung dafür, dass** Heidi den Vortrag besucht.

3.1.2 Einige Beispiele zur Repräsentierung

Wir wollen nun zeigen, wie wir unser Rezept dazu verwenden können, um drei Beispielsätze zu repräsentieren:

Beispiel 1: Betrachten wir den folgenden Satz aus Übung 1.4 nochmals:

(S1) Herbert und Heidi sind beide nicht glücklich.

Wir gehen nun gemäß unseres Repräsentierungsrezeptes wie folgt vor:

1. Wir suchen zuerst typische Phrasen, die komplexe aussagenlogisch unzerlegbare Aussagesätze kennzeichnen. Solche finden wir jedoch nicht.

2. Wir ersetzen nun alle Vorkommnisse komplexer aussagenlogisch unzerlegbarer Teilsätze von (S1) durch Vorkommnisse von Aussagenvariablen. Da aber keine solchen Teilsätze in (S1) vorkommen, können wir auch nichts ersetzen. (S1)$'$ ist also identisch mit (S1).

3. Wir suchen sämtliche Vorkommnisse singulärer Terme in (S1):

   (a) Erster Versuch: 'Herbert und Heidi' ist der einzige singuläre Term in (S1). Aber was soll dieser Name denn benennen? Wenn er überhaupt etwas benennt, dann könnte das nur ein Klumpen Raum-Zeit bestehend aus zwei Menschen sein, doch das kann wohl kaum gemeint sein. Das 'und' ist eher so zu verstehen, dass es zwischen zwei *Aussagesätzen* stehen muß, wir müssen nur noch herausfinden zwischen welchen.

   (b) Zweiter Versuch: 'Herbert' und 'Heidi' sind die zwei singulären Terme in (S1). Das klingt schon vernünftiger, denn hier handelt es sich um Namen für Gegenstände, nämlich für einzelne Menschen.

4. Wir suchen sämtliche Vorkommnisse genereller Terme in (S1):

   (a) Erster Versuch: 'sind beide nicht glücklich' ist der einzige generelle Term in (S1). Aber die Ausdrücke 'beide' und 'nicht' deuten darauf hin, dass die Regel (K) (von Seite 76) verletzt sein könnte: Vielleicht sind wir in der Lage, die Repräsentierung dadurch zu verbessern, dass 'beide' und 'nicht' als logische Verknüpfungen übersetzt werden? Die Kopula 'sind' hilft uns zwar beim Auffinden genereller Terme, wir können sie aber als Teil des generellen Terms betrachten und sollten sie somit nicht als eigenständigen Term repräsentieren.

(b) Zweiter Versuch: 'glücklich' ist der einzige generelle Term in (S1). Hier handelt es sich um einen Term, der eine Eigenschaft ausdrückt, also um einen generellen Term in dem Sinne, wie wir dies eingeführt haben.

5. Wir bestimmen nun, auf welche Vorkommnisse singulärer Terme sich 'glücklich' bezieht. Auf 'nicht' kann sich 'glücklich' beispielsweise selbstverständlich nicht beziehen, denn 'Nicht ist glücklich' ist wohl offenkundiger Unsinn. Offensichtlich bezieht sich 'glücklich' einmal auf 'Herbert' und ein weiteres Mal auf 'Heidi', obgleich dieser zweifache Bezug in (S1) nur implizit enthalten ist, da ja 'glücklich' nur ein einziges Mal vorkommt. Würde man (S1) ins Logiker-Deutsch übertragen, dann käme 'glücklich' freilich zweimal vor. 'glücklich' selbst ist aber einstellig, da dieser Term ja jeweils auf nur einen singulären Term angewandt wird.

   Wir haben also durch die Schritte 3–5 festgestellt, dass in (S1) folgende zwei einfache Teilsätze enthalten sind:

   - Herbert ist glücklich.
   - Heidi ist glücklich.

   In Logiker-Deutsch formuliert sehen diese Sätze so aus:

   - Glücklich(Herbert)
   - Glücklich(Heidi)

6. Wir suchen typische Phrasen, die komplexe aussagenlogisch zerlegbare Aussagesätze kennzeichnen. In unserem Fall sind dies die Phrasen 'und', 'beide' und 'nicht'. Es ist klar, dass sich diese Phrasen auf irgendeine Art und Weise auf die einfachen Teilsätze von (S1) beziehen. Die Ausdrücke 'und' und 'beide' drücken zusammen wohl eine Konjunktion aus. Die Frage ist, welche Aussagesätze durch sie verknüpft werden. Bislang haben wir nur die einfachen Teilsätze 'Herbert ist glücklich' und 'Heidi ist glücklich' gegeben. Doch (S1) sagt offensichtlich nicht aus, dass diese Personen glücklich sind. Es können also nicht diese einfachen Aussagesätze sein, die durch eine Konjunktion verknüpft werden. (S1) besagt vielmehr, dass Herbert und Heidi beide *nicht* glücklich sind, d.h., dass Herbert nicht glücklich ist und Heidi nicht glücklich ist. Somit bezieht sich 'nicht' eigentlich wiederum auf zwei Teilsätze, nämlich einmal auf den Satz 'Herbert ist glücklich' und einmal auf den Satz 'Heidi ist glücklich', was im Logiker-Deutsch deutlich zutage tritt:

- Nicht Glücklich(Herbert)
- Nicht Glücklich(Heidi)

Die Phrase 'und ... beide' verknüpft also vielmehr diese beiden Negationssätze, so dass wir im Logiker-Deutsch den folgenden Konjunktionssatz erhalten:

- Nicht Glücklich(Herbert) und Nicht Glücklich(Heidi)

7. Wir ersetzen nun alle Vorkommnisse einfacher Teilsätze von (S1) durch Vorkommnisse von Aussagenvariablen. Somit ersetzen wir 'Herbert ist glücklich' durch p und 'Heidi ist glücklich' durch q:

   - Nicht p und Nicht q

   (S1)$''$ ist das Resultat dieser Ersetzung.

   Gemäß Regel (AV2) (von Seite 73) haben wir für die beiden verschiedenen Teilsätze verschiedene Aussagenvariablen verwendet.

8. Wir ersetzen schließlich die Phrasen, die wir in 6 gefunden haben, durch die entsprechenden Junktoren. Die Phrase 'und ... beide' wird demgemäß durch $\wedge$ ersetzt, und die Phrase 'nicht' wird durch $\neg$ ersetzt. Wenn wir nun noch korrekterweise die Klammern um die durch $\wedge$ verbundenen Zeichenfolgen setzen, dann erhalten wir die logische Form von (S1):

   - $(\neg p \wedge \neg q)$

Beispiel 2: Wir betrachten noch einen weiteren Beispielsatz aus Übung 1.4:

(S2) Herbert und Heidi sind befreundet

1. Wiederum finden wir keine typischen Phrasen, die komplexe aussagenlogisch unzerlegbare Aussagesätze kennzeichnen.

2. Somit können wir auch hier nichts ersetzen: (S2)$'$ ist also wieder identisch mit (S2).

3. Die singulären Terme in (S2)$'$ sind: 'Herbert' und 'Heidi'.

4. Der einzige generelle Term in (S2)$'$ ist 'befreundet'.

5. ‘befreundet’ bezieht sich auf die beiden singulären Terme ‘Herbert’ und ‘Heidi’, und zwar so, dass dadurch eine Beziehung zwischen Herbert und Heidi ausgedrückt wird. Denn ‘befreundet’ ist doch offensichtlich ein zweistelliger genereller Term. Wenn beispielsweise jemand sagen würde: ‘Aristoteles ist befreundet’, dann würde derjenige, der diese bedeutungslose Zeichenfolge äußert, neben verständnislosen Blicken als Antwort bestenfalls ‘Mit wem?’ ernten.

   Nach den Schritten 4–5 ergibt sich also, dass – ins Logiker-Deutsch übertragen – in (S2)′ folgender einfacher Aussagesatz enthalten ist:

   - Befreundet(Herbert, Heidi)

6. Der einzige Kandidat für eine typische Phrase, die komplexe aussagenlogisch zerlegbare Aussagesätze kennzeichnet, ist: ‘und’. Auf den ersten Blick scheint es sich hier also um einen Konjunktionssatz zu handeln. Aber welche Aussagesätze sollte das ‘und’ hier noch verknüpfen können? ‘? und Befreundet(Herbert, Heidi)’ bzw. ‘Befreundet(Herbert, Heidi) und ?’ lassen sich nicht vervollständigen, weil in unserem Beispielsatz nichts übriggeblieben ist, was man für das Fragezeichen einsetzen könnte. Also kann das ‘und’ in unserem Beispielsatz gar nicht zwei Aussagesätze zu einem Konjunktionssatz verknüpfen. Das ‘und’ ist vielmehr bereits in ‘Befreundet(Herbert, Heidi)’ enthalten. Wenn man will, kann man sich vorstellen, dass es dem Beistrich (Komma) “entspricht”. Um noch stärker zu verdeutlichen, dass das ‘und’ hier nichts zur logischen Form beiträgt, kann man sich auch vor Augen halten, dass es einen Satz gibt, der dieselbe Bedeutung wie (S2)′ hat, in dem aber das ‘und’ gar nicht vorkommt:

   - Herbert ist mit Heidi befreundet.

   Hier entspricht der Ausdruck ‘ist-befreundet-mit’ unserem ‘. . . -und-. . . -sind-befreundet’.

   Es gibt also keinerlei typische Phrasen in (S2)′, die komplexe aussagenlogisch zerlegbare Aussagesätze kennzeichnen.

7. Nach der Ersetzung von ‘Befreundet(Herbert, Heidi)’ durch eine Aussagenvariable erhalten wir als (S2)″:

   - p

8. Die in 6 gefundene Form ist schon die logische Form von (S2), da es keine Phrasen in (S2)″ gibt, die durch einen Junktor ersetzt werden können.

Beispiel 3: Der folgende Beispielsatz stammt aus Übung 2.4:

(S3) Der Österreicher ist eigentlich ein Freund fremder Kulturen, auch wenn er nicht zu viele Ausländer in seiner Heimat sehen möchte.

1. Auf den ersten Blick sieht es so aus, als ob in (S3) keine einzige Phrase vorkäme, die einen komplexen aussagenlogisch unzerlegbaren Aussagesatz kennzeichnete. Doch betrachten wir den Ausdruck 'der Österreicher' etwas genauer. Dieser sieht zunächst wie ein singulärer Term aus. Wenn es sich dabei aber wirklich um einen singulären Term handelte, müßte es einen bestimmten Gegenstand geben, den 'der Österreicher' benennen würde. Nun existiert *der* "allgemeine" Österreicher aber nicht, denn es gibt nur konkrete Menschen, die Österreicher *sind*, die also die *Eigenschaft* haben, Österreicher zu sein. 'der Österreicher' kann demgemäß kein singulärer Term sein, da damit nicht auf einen bestimmten Österreicher Bezug genommen wird, sondern auf Österreicher im allgemeinen. Wir haben es hier also mit etwas wie einem Allsatz (oder zumindest mit einem 'für die meisten' Satz oder dergleichen) zu tun, in dem der generelle Term 'Österreicher' vorkommt. 'der Österreicher' ist dann vielmehr zu verstehen als 'alle Österreicher'. 'Der Österreicher ist eigentlich ein Freund fremder Kulturen' sagt also dasselbe aus wie 'Alle Österreicher sind eigentlich Freunde fremder Kulturen'.

   Im zweiten Teil des Satzes sieht 'er' zunächst wiederum wie ein guter Kandidat für einen singulären Term aus, doch was soll 'er' hier bezeichnen? "Den" Österreicher? Wie wir bereits gesehen haben, gibt es einen solchen Gegenstand gar nicht, und somit muß es sich auch hier wiederum um eine versteckte Allphrase handeln, mit der man auf alle Österreicher Bezug nimmt, und zwar vermutlich um dieselbe Allphrase wie im ersten Teil von (S3). (S3) besteht dann nicht etwa aus zwei generellen Sätzen, sondern ist als ganzes genommen ein genereller Satz: Von "den" Österreichern wird ausgesagt, dass sie eigentlich Freunde fremder Kulturen sind, aber außerdem nicht zu viele Ausländer in ihrer Heimat sehen möchten. Dieses 'aber außerdem' ist logisch gesehen eine Konjunktion – das eine ist der Fall und das andere ist der Fall – welche sich freilich im Kontext der Quantifikation über die Gesamtheit der Österreich befindet und somit als zu repräsentierender Teil von 'der Österreicher' bzw. 'alle Österreicher' gleichsam überdeckt oder neutralisiert wird. Denn 'der Österreicher' bzw. 'alle Österreicher' leitet einen generellen Satz ein, den wir aussagenlogisch nicht weiter analysieren können noch sollen.

   Die einzige einigermaßen plausible alternative Auffassung bestünde darin, den Satz so zu verstehen: Für “den” Österreicher gilt, dass er eigentlich ein Freund fremder Kulturen ist, und außerdem gilt für “den” Österreicher, dass er nicht zu viele Ausländer in seiner Heimat sehen möchte. So verstanden wäre der Beispielssatz eine Konjunktion zweiter genereller Sätze anstatt eines generellen Satzes, in dessen Mitte sich ein Konjunktionszeichen befindet. Das Pronomen ‘er’ jedoch weist in dem Beispielssatz auf das anfängliche Vorkommnis von ‘der Österreicher’ zurück, was nahelegt, ein und dasselbe Vorkommnis von ‘der Österreicher’ auf den ganzen Satz (inklusive der Konjunktion) zu beziehen. Wir bleiben daher bei der ersteren Auffassung, dergemäß der Satz insgesamt als genereller Satz zu verstehen ist.

2. Wir ersetzen (S3) folglich durch eine Aussagenvariable und erhalten als (S3)$'$:

   - p

3. Es gibt keine Vorkommnisse singulärer Terme in (S3)$'$.

4. Es gibt keine Vorkommnisse genereller Terme in (S3)$'$.

5. Daher bezieht sich auch kein genereller Term in (S3)$'$ auf einen singulären Term in (S3)$'$.

6. Es gibt keine einfachen Teilsätze in (S3)$'$, die wir durch Aussagenvariablen ersetzen können. (S3)$''$ ist also identisch mit (S3)$'$.

7. Weiters existieren keine typischen Phrasen in (S3)$''$, die komplexe aussagenlogisch zerlegbare Aussagesätze kennzeichnen.

8. Dementsprechend können wir auch keine Junktoren in (S3)$''$ einführen, und daher ist die logische Form von (S3):

   - p

3.2 Repräsentierung von Argumenten

Die Repräsentierung von Argumenten ist mit wenigen Worten erklärt: Ein Argument wird repräsentiert, indem jeder einzelne der darin vorkommenden Aussagesätze gemäß des obigen Rezeptes repräsentiert wird. Der einzig dabei noch bemerkenswerte Punkt ist, dass ein Argument *als Ganzes* als Kontext gesehen werden sollte: Verwendet man beispielsweise p zugleich bei der

Repräsentierung von zwei verschiedenen Prämissen eines Argumentes, dann sollte p bei beiden Prämissen auch für denselben Aussagesatz stehen.

Sehen wir uns nochmals die Beispiele (Arg. 1) bis (Arg. 3) aus Abschnitt 2.5 an. (Arg. 1) lässt sich wie folgt repräsentieren:

$$p, q \therefore r$$

Denn p ist die logische Form des Allsatzes ‘Alle Menschen sind sterblich’, q ist die logische Form des einfachen Aussagesatzes ‘Sokrates ist ein Mensch’ und r ist die logische Form des einfachen Aussagesatzes ‘Sokrates ist sterblich’. Wie wir sehen, werden die Prämissenformeln durch Beistriche getrennt und die Konklusion durch $\therefore$ angezeigt.

Die logische Form von (Arg. 2) ist identisch mit der logischen Form von (Arg. 1) Der Grund dafür ist, dass die aussagenlogische Repräsentierung nicht fein genug ist, um die logisch relevanten Unterschiede in der Form der Argumente wiedergeben zu können. Wie wir noch sehen werden, sind *beide* Argumente aussagenlogisch *ungültig*, da ihre gemeinsame logische Form aussagenlogisch ungültig ist. Die *prädikatenlogischen* Formen sind jedoch unterschiedlich, wobei sich später – erwartungsgemäß – die Form des ersten Argumentes als prädikatenlogisch gültig und die des zweiten Argumentes als prädikatenlogisch ungültig herausstellen wird.

Die logische Form von (Arg. 3) ist:

$$(p \vee q), \neg p \therefore q$$

p steht dabei immer für denselben Aussagesatz (‘Der Papst kommt nächsten Sommer nach Wien’), genauso q (für ‘Der Papst kommt nächsten Sommer nach Salzburg’). Die aus der Repräsentierung resultierende Argumentform – und somit auch das repräsentierte Argument – wird sich bereits in der Aussagenlogik als logisch gültig herausstellen.