

11.5 Übungen

Übung 11.1 Führen Sie die Herleitungen zu folgenden deduktiv gültigen Schlüssen durch:

1. $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \vdash \forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$
2. $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \vdash \forall x(P(x) \vee Q(x))$
3. $\vdash \forall x(P(a) \vee Q(x)) \leftrightarrow P(a) \vee \forall xQ(x)$
4. $\vdash \forall x(P(a) \wedge Q(x)) \leftrightarrow P(a) \wedge \forall xQ(x)$
5. $\vdash \forall x(P(a) \rightarrow Q(x)) \leftrightarrow (P(a) \rightarrow \forall xQ(x))$
6. $\forall x\neg P(x) \vdash \neg\exists xP(x)$
7. $\vdash P(a) \wedge \exists xQ(x) \leftrightarrow \exists x(P(a) \wedge Q(x))$
8. $\vdash P(a) \vee \exists xQ(x) \leftrightarrow \exists x(P(a) \vee Q(x))$
9. $\exists xP(x) \vee \exists xQ(x) \vdash \exists x(P(x) \vee Q(x))$
10. $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)), \forall xP(x) \vdash \exists xQ(x)$
11. $\vdash (P(a) \rightarrow \exists xQ(x)) \leftrightarrow \exists x(P(a) \rightarrow Q(x))$

Übung 11.2 Repräsentieren Sie die folgenden Argumente, und zeigen Sie, dass die daraus resultierenden Argumentformen deduktiv gültig sind:

1. Alle Österreicher sind Europäer. Alle Salzburger sind Österreicher. Also sind alle Salzburger Europäer.
2. Alle Philosophen sind weise. Nun gibt es Salzburger Philosophen. Also sind einige Salzburger weise.
3. Es gibt keine Österreicher, die auf den Mond geflogen sind. Es gibt aber Kosmonauten, die Österreicher sind. Daher sind nicht alle Kosmonauten auf den Mond geflogen.
4. Nicht ein Lebewesen auf dem Mars ist glatzköpfig. Alle Skinheads sind jedoch glatzköpfig. Somit gibt es keinen Skinhead, der ein Lebewesen auf dem Mars ist.

Übung 11.3 Repräsentieren Sie die beiden folgenden Argumente und *versuchen* Sie zu zeigen, daß die daraus resultierenden Argumentformen deduktiv gültig sind. (Achtung: Eine der beiden Argumentformen ist deduktiv gültig, die andere jedoch nicht.)

1. Alle Lebewesen auf dem Mars sind glatzköpfig. Somit gibt es Lebewesen auf dem Mars, die glatzköpfig sind.
2. Es gibt Lebewesen auf dem Mars. Alle Lebewesen auf dem Mars sind glatzköpfig. Somit gibt es Lebewesen auf dem Mars, die glatzköpfig sind.

Übung 11.4 Führen Sie die Herleitungen zu folgenden deduktiv gültigen Schlüssen durch:

1. $\exists x \forall y R(x, y) \vdash \forall y \exists x R(x, y)$
2. $\neg \exists x \neg P(x) \vdash \forall x P(x)$
3. $\exists x P(x) \vdash \neg \forall x \neg P(x)$
4. $\neg \exists x P(x) \vdash \forall x \neg P(x)$
5. $\exists x \neg P(x) \vdash \neg \forall x P(x)$
6. $\forall x (\exists y P(y) \rightarrow Q(x)) \vdash \forall y (P(y) \rightarrow Q(a))$
7. $\neg \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \vdash \exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$

Übung 11.5 Repräsentieren Sie die folgenden Argumente, und zeigen Sie, daß die daraus resultierenden Argumentformen deduktiv gültig sind:

1. Alles hat eine Ursache. Gott hat jedoch keine Ursache. Also ist der Papst Tiroler.
2. Alle Salzburger lieben Salzburg. Es gibt jedoch niemanden, der Salzburg und alle Touristen in Salzburg liebt. Somit lieben die Salzburger nicht alle Touristen in Salzburg.
3. Es gibt nichts Allmächtiges. Wenn etwas ein Gott ist, ist es jedoch allmächtig. Also gibt es keinen Gott.