5.3 Übungen

Übung 5.1

- Was ist eine Wahrheitstafel für eine aussagenlogische Formel? Wie erstellt man eine Wahrheitstafel?
- Erstellen Sie die Wahrheitstafeln zu allen aussagenlogischen Formeln in Übung 4.5 (4.1–4.5) mit weniger als 3 oder genau 3 Aussagenvariablen.

Übung 5.2 Stellen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln fest, welche der folgenden Formeln tautologisch, kontradiktorisch bzw. kontingent sind:

1. $(p \to q) \vee (q \to p)$
2. $\neg(p \to q) \vee (q \wedge \neg p)$
3. $\neg((p \to q) \wedge p) \to q$
4. $((p \to q) \vee (q \to r)) \vee (r \to p)$
5. $(p \to q) \vee (\neg p \to q)$
6. $(p \to q) \to ((p \to r) \to (q \to r))$
7. $p \vee (\neg q \to r) \to q \vee (\neg p \to r)$
8. $\neg(p \wedge (q \to \neg r)) \to (p \to q) \wedge (p \to r)$
9. $\neg(\neg p \to q \vee r) \to \neg(p \vee q) \wedge r$
10. $(p \wedge q \to (r \wedge s) \vee t) \wedge (\neg(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg r \vee \neg s))$
11. $\neg((p \wedge q) \vee ((r \wedge s) \wedge t) \to q \vee t)$
12. $p \wedge (q \leftrightarrow r) \to (p \wedge q \leftrightarrow p \wedge r)$
13. $p \vee (\neg q \to r) \leftrightarrow q \vee (\neg p \to r)$
14. $\neg(p \wedge (q \to \neg r)) \leftrightarrow (p \to q) \wedge (p \to r)$

Übung 5.3

- Was ist eine aussagenlogische Interpretation? Was ist eine aussagenlogische Bewertung? Was ist eine Tautologie, was ist eine Kontradiktion, was ist eine kontingente Formel (gemäß exakter Definition über Interpretationen und aussagenlogische Bewertungen)?

- Was kann gemeint sein, wenn man sagt 'A impliziert B'?
- Was ist die logische Implikation (Äquivalenz): Ein zweistelliger Junktor oder eine zweistellige Relation? Wie ist die logische Implikation (Äquivalenz) definiert?
- Beweisen sie:

  A impliziert logisch B genau dann, wenn $A \rightarrow B$ eine Tautologie ist.

  (Das ist übrigens ein *meta*logischer Satz, also ein Satz der über Formeln "spricht" und diesen Formeln gewisse logische Eigenschaften zuschreibt; ein Beweis dieses metalogischen Satz ist demnach ein *meta*logischer Beweis.)

Übung 5.4

- Was ist eine gültige Argumentform? Was ist ein gültiges Argument?
- Welche der folgenden Behauptungen sind wahr und welche sind falsch?

  1. Ein Argument, das eine falsche Konklusion hat, ist ungültig.
  2. Ein Argument, das falsche Prämissen und eine wahre Konklusion hat, ist ungültig.
  3. Ein Argument, das wahre Prämissen und eine falsche Konklusion hat, ist ungültig.
  4. Ein Argument, das lauter wahre Prämissen und eine wahre Konklusion hat, ist gültig.
  5. Jemand, der behauptet, daß ein bestimmter Schluß korrekt ist, kann durch ein einziges Gegenbeispiel widerlegt werden.
  6. Wenn ein gültiges Argument eine falsche Konklusion hat, dann sind alle seine Prämissen auch falsch.

- Was ist die der Argumentform $A_1, \ldots, A_n \therefore B$ entsprechende Formel?

Übung 5.5

- Überprüfen Sie die folgenden Argumentformen auf ihre Gültigkeit unter Verwendung der Wahrheitstafelmethode:

  1. $p \wedge q \rightarrow r \wedge \neg s, r \rightarrow t, \neg t \wedge p \therefore \neg p$
  2. $p \wedge q \rightarrow r \wedge \neg s, r \rightarrow t, \neg t \wedge q \therefore p \rightarrow r \wedge \neg r$

3. $p \to (q \to r), r \to \neg s \wedge \neg t, \neg t \to \neg s \therefore p \to t$
4. $\neg(q \vee (p \to r)), \neg r \to p \wedge \neg q \therefore \neg q \vee r \to s$
5. $\neg(\neg p \vee (q \to \neg r)), r \to s \wedge t \therefore t \vee \neg q$
6. $p \wedge q \to r, q \vee \neg r \therefore p \to (q \to r) \wedge (r \to q)$
7. $\neg(\neg p \vee \neg q) \to r, r \wedge (p \wedge q) \to p \wedge s \therefore \neg(p \wedge q) \vee s$
8. $p \vee \neg p \to q, \neg(\neg r \vee \neg s), t \to p \wedge \neg p \therefore (q \wedge s) \wedge \neg t$
9. $p \vee q \therefore ((p \to q) \to q) \wedge (\neg q \to p)$

- Das folgende Argument war in Übung 3 bereits durch eine Argumentform zu repräsentieren. (i) Überprüfen Sie, ob die nämliche Argumentform gültig ist; (ii) entspricht das Ergebnis aus (i) Ihrer Intuition?

  Der Papst ist Deutscher. Daher tritt Österreich am 1. Januar 2013 genau dann aus der EU aus, wenn Österreich dies tut.

- Das folgende Argument war in Übung 3 bereits durch eine Argumentform zu repräsentieren. (i) überprüfen Sie, ob die nämliche Argumentform gültig ist; (ii) ist dieses Argument ein Beweis für die Existenz Gottes?

  Bad Goisern ist die Hauptstadt von Oberösterreich und Bad Goisern ist nicht die Hauptstadt von Oberösterreich. Daher existiert Gott.