

Lösungen zu ausgewählten Teilen von Übung 9:

- 9.1. 4. Das Vorkommenis von x_1 ist frei, alle anderen Variablenvorkommenisse sind gebunden.
5. Alle Variablenvorkommenisse sind gebunden.
6. Das letzte Vorkommenis von x_1 ist frei, alle anderen Variablenvorkommenisse sind gebunden.

- 9.2. Keine Formeln: 9, 11, 13 (die Hochzahl des Prädikats passt nicht zur Anzahl der nachfolgenden singulären Terme), 15 (es sollten keine Klammern um die eingebettete Allformel gesetzt werden), 17 (man setzt keine Klammern um atomare Formeln), 18.

Offene Formeln: 3, 10, 16.

Geschlossene Formeln: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 14, 15.

(In 1 dürfte man übrigens die äußeren Klammern weglassen.)

- 9.3. 1. $\exists xM(x) \rightarrow \exists xV(x, x)$
2. $P(a)$
3. $\exists xQ(x) \wedge \forall xR(x, a)$
4. $\forall xP(x) \vee \forall x\neg P(x)$

- 9.4. 1. x_2 ist frei für x_1 in $A[x_1]$.
 $A[x_2/x_1]: \exists x_1(R(x_1, a_3) \wedge P(x_1))$ (da alle Vorkommenisse von x_1 gebunden sind).
4. x_2 ist frei für x_1 in $A[x_1]$.
 $A[x_2/x_1]: \exists x_1R(x_1, a_3) \wedge P(x_2)$.
8. x_1 ist nicht frei für x_2 in $A[x_2]$.
 $A[x_1/x_2]: \exists x_1\exists x_4(R(x_4, x_1) \vee P(x_1))$ (aus dem freien Vorkommenis von x_2 wird durch die Substitution ein gebundenes Variablenvorkommenis).