Prüfung Logik I (Philosophie)

Gehalten von: Prof. DDr. Hannes Leitgeb

07.03.2012

1. Definieren Sie, was ein *Aussagesatz* ist, wie auch was ein *Argument* ist. (5 Pkt.)

2. Welche der folgenden Zeichenreihen sind Aussagesätze? Welche der Aussagesätze sind einfach? Welche der Aussagesätze sind aussagenlogisch unzerlegbar? (10 Pkt.)

   (a) Es ist nicht möglich, dass 2+2 gleich 5 ist.
   (b) Der Eiffelturm ist höher als die Frauenkirche.
   (c) Logik macht Spaß, aber Logik ist auch anstrengend.
   (d) Wieso muss ich das beantworten?
   (e) Wenn alles raumzeitlich ist, dann bin auch ich raumzeitlich.
   (f) Es gibt Philosophen, die die Ideenlehre ablehnen.
   (g) Sonja ist im Wohnzimmer, oder Sonja ist in der Küche.
   (h) Das Fenster ist kaputt, weil er den Stein geworfen hat.
   (i) Es ist notwendig, dass $2+2 = 4$ ist.
   (j) Da Da Da.

3. Geben Sie die Wahrheitstafel für das einschließende und für das ausschließende ‘oder’ an! Wie lässt sich das ausschließende ‘oder’ mittels des einschließenden ‘oder’ und der Negation definieren?
(10 Pkt.)

4. Definieren Sie für aussagenlogische Formeln den Begriff der *logischen Folge.* (5 Pkt.)

5. Erstellen Sie die Wahrheitstafel für die folgenden beiden Formeln. Um welche Art von Formel handelt es sich jeweils (Tautologie, Kontradiktion, kontingente Formel)? (10 Pkt.)

   (a) $p \wedge (q \vee \neg r)$

   (b) $(p \wedge \neg q) \rightarrow (p \vee q)$

6. Führen Sie die Herleitungen zu folgenden deduktiv gültigen Schlüssen durch (im aussagenlogischen System des natürlichen Schließens): (10 Pkt.)

   (a) $s \rightarrow p, \neg s \rightarrow \neg r \vdash \neg p \rightarrow \neg r$

   (b) $p \vee (q \wedge r), r \rightarrow p \ \vdash \ p$

7. Repräsentieren Sie die folgenden Aussagesätze in der prädikatenlogischen Sprache: (10 Pkt.)

   (a) Alle Zahlen sind abstrakt, und es gibt Zahlen.

   (b) Zu allem gibt es etwas, das größer ist, aber nichts ist größer als alles.

   (c) Paul ist verheiratet mit Susanne.

   (d) Kein Planet ist kleiner als der Mond.

   (e) Wenn Pflanzen Lebewesen sind, dann sind Blumen Lebewesen.

8. Definieren Sie, worum es sich bei einer prädikatenlogischen Bewertung φ_σ handelt (relativ zu einer prädikatenlogischen Interpretation $\mathfrak{I} = \langle D, \varphi \rangle$ und einer Variablenbelegung σ)! (10 Pkt.)

9. Es sei folgende Interpretation $\mathfrak{I} = \langle D, \varphi \rangle$ gegeben:

   - $D = \{1, 2, 3, 4\}$.
   - $\varphi(a) = 1$, $\varphi(b) = 2$, $\varphi(c) = 3$, $\varphi(d) = 4$.
   - $\varphi(G) = \{2, 4\}$ (G steht für 'gerade').
   - $\varphi(K) = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 1, 4\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 2, 4\rangle, \langle 3, 4\rangle\}$ (K steht für 'kleiner als').

   Weiters seien die folgenden zwei Variablenbelegungen σ_1 und σ_2 unter $\mathfrak{I}$ gegeben:

   - $\sigma_1 = 1, 2, \ldots$
   - $\sigma_2 = 2, 1, \ldots$

   Geben Sie an, welche der folgenden Formeln wahr bzw. falsch sind (i) gemäß φ_{σ_1}, (ii) gemäß φ_{σ_2}! (Es ist keine weitere Begründung nötig.) (10 Pkt.)

   (a) $K(a, b)$
   (b) $\neg(K(b, c) \vee G(c))$
   (c) $K(x, y)$
   (d) $\exists x(K(x, d) \wedge G(x))$
   (e) $\forall x \exists y K(x, y)$

10. Führen Sie die Herleitungen zu folgenden deduktiv gültigen Schlüssen durch (im prädikatenlogischen System des natürlichen Schließens): (10 Pkt.)

   (a) $\forall x \neg P(x) \vdash \neg \exists x P(x)$
   (b) $\neg\neg\forall x(P(x) \to Q(x))$, $\neg\exists x Q(x) \vdash \neg P(a)$

11. BONUSFRAGE (optional): Wie lässt sich das Identitätsprädikat als logisches Zeichen in die Prädikatenlogik einführen (Formationsregel, semantische Regel, Herleitungsregeln)? (10 Pkt.)

Max. Punktezahl (exklusive Bonusfrage): 90 Pkt. Viel Glück!!